



# LXXIV Olimpiada Matematyczna

Zadania konkursowe

zawodów stopnia pierwszego

I seria: do 17 października 2022 r.

1. Wyznaczyć wszystkie dodatnie liczby całkowite  $n$ , dla których istnieją takie liczby  $s_1, s_2, \dots, s_n \in \{-1, 1\}$ , że

$$1 \cdot s_1 + 2 \cdot s_2 + \dots + n \cdot s_n = 0.$$

2. Znaleźć wszystkie trójki liczb rzeczywistych  $(a, b, c)$  spełniające układ równań

$$\begin{cases} a^2 + 4ab + b^2 = 1 \\ b^2 + 4bc + c^2 = 1 \\ c^2 + 4ca + a^2 = -2 \end{cases}$$

3. Dany jest trójkąt  $ABC$ . Okrąg styczny do boku  $AC$  oraz do przedłużeń boków  $AB$ ,  $BC$  ma promień długości  $r_1$ . Okrąg styczny do boku  $BC$  oraz do przedłużeń boków  $AB$ ,  $AC$  ma promień długości  $r_2$ . Udowodnić, że jeżeli  $r_1 + r_2 = AB$ , to trójkąt  $ABC$  jest prostokątny.

4. Wyznaczyć wszystkie pary dodatnich liczb całkowitych  $(m, n)$  o następującej własności: w każde pole nieskończonej szachownicy można wpisać liczbę ze zbioru  $A = \{1, 2, \dots, mn\}$  w taki sposób, że w każdym prostokącie o wymiarach  $m \times n$  lub  $n \times m$  (składającym się z  $mn$  pól) każda liczba ze zbioru  $A$  występuje dokładnie raz.

**Uwaga:** *W tym roku szkolnym zadania zawodów pierwszego stopnia OM będą publikowane sukcesywnie: pierwsza seria 1 września 2022 r., druga seria 30 września 2022 r., a trzecia seria 28 października 2022 r.*

Rozwiązania powyższych zadań (każde na osobnym arkuszu, pisane jednostronnie) należy wysłać listem poleconym na adres komitetu okręgowego Olimpiady właściwego terytorialnie dla szkoły, najpóźniej dnia

**17 października 2022 r.**

(decyduje data stempla pocztowego). Rozwiązania przesłane w terminie późniejszym nie będą rozpatrywane. Rozwiązanie każdego zadania należy podpisać w lewym górnym rogu pierwszej jego strony: imieniem i nazwiskiem, swoim adresem, swoim adresem elektronicznym oraz klasą, nazwą i adresem szkoły.

## Adresy Komitetów Okręgowych Olimpiady Matematycznej

- Dla województwa pomorskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Instytut Matematyki Uniwersytetu Gdańskiego, ul. Wita Stwosza 57, 80-952 Gdańsk.
- Dla województwa śląskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Instytut Matematyki Uniwersytetu Śląskiego, ul. Bankowa 14, 40-007 Katowice.
- Dla województwa małopolskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Instytut Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, ul. Łojasiewicza 6, 30-348 Kraków.
- Dla województwa lubelskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Instytut Matematyki Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej, pl. M. Curie-Skłodowskiej 1, 20-031 Lublin
- Dla województwa łódzkiego i świętokrzyskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Łódzkiego, ul. Banacha 22, 90-238 Łódź.
- Dla województwa wielkopolskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza, ul. Uniwersytetu Poznańskiego 4, 61-614 Poznań.
- Dla województwa podkarpackiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Wydział Matematyczno-Przyrodniczy, Uniwersytetu Rzeszowskiego ul. Pigionia 1, 35-310 Rzeszów.
- Dla województwa lubuskiego i zachodniopomorskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Instytut Matematyki Uniwersytetu Szczecińskiego, ul. Wielkopolska 15, 70-451 Szczecin.
- Dla województwa kujawsko-pomorskiego i warmińsko-mazurskiego: — Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń.
- Dla województwa mazowieckiego i podlaskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk, ul. Śniadeckich 8, 00-656 Warszawa.
- Dla województwa dolnośląskiego i opolskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego, pl. Grunwaldzki 2/4, 50-384 Wrocław.

---

Zadania z poprzednich Olimpiad Matematycznych oraz bieżące informacje można znaleźć w Internecie pod adresem: <https://om.mimuw.edu.pl>