LXXIII Olimpiada Matematyczna

LXXIII Olimpiada Matematyczna

Zadania konkursowe
zawodów stopnia pierwszego
I seria: do 15 października 2021 r.

1. Niech a, b będą liczbami rzeczywistymi spełniającymi warunek $a+b=1$. Udowodnić nierówność

$$(a^2+b)(b^2+a) \geqslant \frac{9}{16}.$$

2. W trójkącie ABC punkt I jest środkiem okręgu wpisanego. Punkt X leży na odcinku AB, przy czym spełniony jest warunek $\sphericalangle AIX = 90^\circ$. Okrąg opisany na trójkącie BIX przecina okrąg opisany na trójkącie ABC w punkcie Y różnym od B, leżącym po tej samej stronie prostej AB co punkt C. Wykazać, że prosta YX jest dwusieczną kąta AYB.

3. Dane są dodatnie liczby całkowite a, b, c, przy czym $b > c$ oraz $a > 1$. Udowodnić, że liczba $a^{b^2} - a^{c^2}$ jest podzielna przez liczbę $a^b - a^c$.

4. Jadzia ma kostkę w kształcie czworościanu foremnego o krawędzi długości n oraz ma do dyspozycji n^2 naklejek w kształcie trójkątów równobocznych o boku długości 2. Chciałaby okleić kostkę naklejkami, zginając je w razie potrzeby, w taki sposób, by każdy punkt na jej powierzchni był przykryty przez przynajmniej jedną naklejkę. Wyznaczyć wszystkie dodatnie liczby całkowite n, dla których Jadzia może to zrobić.

Rozwiązania powyższych zadań (każde na osobnym arkuszu, pisane jednostronnie) należy wysłać listem poleconym na adres komitetu okręgowego Olimpiady właściwego terytorialnie dla szkoły, najpóźniej dnia

15 października 2021 r.

(*decyduje data stempla pocztowego*). *Rozwiązania przesłane w terminie późniejszym nie będą rozpatrywane. Rozwiązanie każdego zadania należy podpisać w lewym górnym rogu pierwszej jego strony: imieniem i nazwiskiem, swoim adresem, swoim adresem elektronicznym oraz klasą, nazwą i adresem szkoły.*

Wszystkich uczniów
zapraszamy do udziału w

LXXIII Olimpiadzie Matematycznej

Zawody są trójstopniowe.

Zawody pierwszego stopienia składają się z trzech serii zadań.
Do zakwalifikowania się do zawodów drugiego stopnia nie jest konieczne rozwiązanie wszystkich zadań zawodów pierwszego stopnia.
Wszelkie niezbędne informacje, w tym zadania i regulamin, znajdują się na stronie:

om.mimuw.edu.pl

Rozwiązania zadań należy przesłać listem poleconym do komitetu okręgowego właściwego terytorialnie dla szkoły.
Uczestnicy z zagranicy przesyłają prace do komitetu okręgowego w Warszawie.
Uczestnicy finału dostaną:

maksymalną ocenę z matury z matematyki,
prawo wstępu na wiele wyższych uczelni zgodnie z decyzjami ich senatów.

Zwycięzcy będą reprezentować Polskę w:

LXIII Międzynarodowej Olimpiadzie Matematycznej,
XVI Środkowoeuropejskiej Olimpiadzie Matematycznej,
XXXII Zawodach Matematycznych Państw Bałtyckich,
XI Europejskiej Olimpiadzie Matematycznej Dziewcząt,
XIV Międzynarodowych Mistrzostwach Rumunii w Matematyce.

Uwaga: *W tym roku szkolnym zadania zawodów pierwszego stopnia Olimpiady Matematycznej będą publikowane sukcesywnie: pierwsza seria 1 września 2021 r., druga seria 1 października 2021 r., a trzecia seria 25 października 2021 r.*

Terminarz zawodów:

Zawody I stopnia:
I seria – do 15.10.2021 r.
II seria – do 08.11.2021 r.
III seria – do 30.11.2021 r.
Zawody II stopnia:
11 i 12 lutego 2022 r.
Zawody III stopnia (finał):
30 i 31 marca 2022 r.

Adresy Komitetów Okręgowych Olimpiady Matematycznej

- Dla województwa pomorskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Instytut Matematyki Uniwersytetu Gdańskiego, ul. Wita Stwosza 57, 80–952 Gdańsk.
- Dla województwa śląskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Instytut Matematyki Uniwersytetu Śląskiego, ul. Bankowa 14, 40-007 Katowice.
- Dla województwa małopolskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Instytut Matematyki Uniwersytetu Jagiellońskiego, ul. Łojasiewicza 6, 30-348 Kraków.
- Dla województwa lubelskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Zakład Rachunku Prawdopodobieństwa pok. 810, Instytut Matematyki Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej, pl. Marii Curie-Skłodowskiej 1, 20-031 Lublin.
- Dla województwa łódzkiego i świętokrzyskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Łódzkiego, ul. Banacha 22, 90-238 Łódź.
- Dla województwa wielkopolskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Adama Mickiewicza, ul. Uniwersytetu Poznańskiego 4, 61-614 Poznań.
- Dla województwa podkarpackiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Wydział Matematyczno–Przyrodniczy Uniwersytetu Rzeszowskiego ul. Pigonia 1, 35-310 Rzeszów.
- Dla województwa lubuskiego i zachodniopomorskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Instytut Matematyki Uniwersytetu Szczecińskiego, ul. Wielkopolska 15, 70-451 Szczecin.
- Dla województwa kujawsko-pomorskiego i warmińsko-mazurskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Wydział Matematyki i Informatyki Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, ul. Chopina 12/18, 87-100 Toruń.
- Dla województwa mazowieckiego i podlaskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Instytut Matematyczny Polskiej Akademii Nauk, ul. Śniadeckich 8, 00-656 Warszawa.
- Dla województwa dolnośląskiego i opolskiego: Komitet Okręgowy Olimpiady Matematycznej — Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego, pl. Grunwaldzki 2/4, 50-384 Wrocław.

Zadania z poprzednich Olimpiad Matematycznych oraz bieżące informacje można znaleźć w Internecie pod adresem: `https://om.mimuw.edu.pl`

Olimpiada Matematyczna finansowana jest ze środków Ministerstwa Edukacji i Nauki
Organizatorem Olimpiady Matematycznej jest Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
Olimpiada Matematyczna objęta jest honorowym patronatem Polskiego Towarzystwa Matematycznego

Ministerstwo Edukacji i Nauki
Stowarzyszenie na rzecz Edukacji Matematycznej
rok zał. 1919 ptm